A_∞ 圏論とホモロジカルミラー対称性

よの

概要

ホモロジカルミラー対称性 (HMS) はミラー対称性の圏論的定式化として Kontsevich により提案された.
HMS はシンプレクティック多様体 M 上の Fukaya 圏 $\mathrm{Fuk}(M)$ と, M にミラー双対な複素多様体 $\hat{M}$ 上の連接層の導来圏 $D^b(\mathrm{coh}(\hat{M}))$ の等価性といえる.
$\mathrm{Fuk}(M)$ は A_∞ 圏であり, $D^b(\mathrm{coh}(\hat{M}))$ は三角圏である.
この 2 つを比べるために, A_∞ 圏 $\mathcal{A}$ から三角圏を構成する方法が考えられた.
この構成で得られる三角圏を $\mathrm{Tr}(\mathcal{A})$ と表すと, HMS は三角圏同値

$$\mathrm{Tr}(\mathrm{Fuk}(M)) \cong D^b(\mathrm{coh}(\hat{M}))$$

と定式化される.

本講演では, まずホモロジー代数から三角圏の導入までの自然な流れを話す.
特に, 三角圏の dg 増強や A_∞ 増強に注目し, dg 圏と A_∞ 圏の定義を紹介する.
また, A_∞ 圏からねじれ複体の圏を考えることで, 三角圏を構成できることを示す.
最後に, HMS に表れる三角圏同値に対する本質的な命題を紹介する.
時間が余れば, A_∞ 増強の存在性や一意性について話す.

A_∞ 圏の定義を理解するために必要な知識はほとんどないが, dg 圏や複体の圏を知っていると好ましい.
三角圏の構成法については, 三角圏の基本的な知識があるとよい.