モノイダル圏への関手を用いた代数の構成について

yohhey

一般に圏 $\mathcal{C}$ からモノイダル圏 $\mathcal{D}$ への関手 $F\colon \mathcal{C} \to \mathcal{D}$ で，良い性質を持つものから，$\mathcal{D}$ における代数 A_F を取り出すことができることが知られている．特に $\mathcal{C}$ がモノイダル圏，$\mathcal{D}$ がブレイドモノイダル圏，F がモノイダル関手で良い性質を持つ場合は，A_F は $\mathcal{D}$ における双代数となり，更に $\mathcal{C}$ がリジッドモノイダル圏であれば，A_F は $\mathcal{D}$ におけるホップ代数となる．他にも $\mathcal{D}$ の性質 (ブレイド構造，リボン構造など) に対して，A_F は対応する構造 (準三角構造，リボン構造など) を持つ．このような圏と関手の組と代数の間の対応関係を淡中・クライン双対という．本講演では，まず関手からの (余) 代数の構成の一般論を説明する．そして，具体例として有限次元ホップ代数 H を用いて構成される二つの圏とその忘却関手から，二つの代数を構成する．一つ目の例では，ホップ加群の圏 ${}_H\mathcal{M}^H$ とベクトル空間の圏 $\mathbf{Vect}_k$ への忘却関手から，ハイゼンベルグダブル $H(H)$ を構成する．二つ目の例では，左 H 加群の圏 ${}_H\mathcal{M}$ の右ドリンフェルト中心 $\mathcal{Z}_r({}_H\mathcal{M})$ と $\mathbf{Vect}_k$ への忘却関手から，ドリンフェルトダブル $D(H^*)$ を構成する．また時間が許せば，イエッター・ドリンフェルト加群の圏 ${}_H\mathcal{YD}^H$ の ${}_H\mathcal{M}^H$ への右作用から，$H(H)$ の右 $D(H^*)$-comodule algebra 構造が得られることを紹介する．

参考文献

[BT20] D. Bulacu and B. Torrecillas, *Quasi-quantum groups obtained from the Tannaka-Krein reconstruction theorem*, Contemp. Math, **751**, 61-97, (2020).

[EGNO15] P. Etingof, S. Gelaki, D. Nikshych, and V. Ostrik, *Tensor categories*, Mathematical Surveys and Monographs, vol. 205, American Mathematical Society, (2015).

[Lau15] R. Laugwitz, *Braided Drinfeld and Heisenberg doubles*, Journal of Pure and Applied Algebra, **219**(10), 4541-4596, (2015).

[Lu94] J. H. Lu, *On the Drinfeld double and the Heisenberg double of a Hopf algebra*, Duke Math, **74**(3), 763-776, (1994).

[Lyu21] A. Lyubinin, *Tannaka Duality, Coclosed Categories and Reconstruction for Nonarchimedean Bialgebras*, Appl Categor Struct, **29**, 547–571, (2021).

[Maj95] S. Majid, *Foundations of Quantum Group Theory*, Cambridge University Press, (1995)